

Anno scolastico 2017-2018
Programma di matematica
Classe 1I

Logica matematica. La sintassi della logica proposizionale: simboli, formule, alberi e tabelle di formazione delle formule, sottoformule. La semantica della logica proposizionale: valutazioni, tavole di verità, modelli; formule insoddisfacibili, soddisfacibili e valide, insiemi di formule soddisfacibili e insoddisfacibili; conseguenza semantica e implicazione, equivalenza semantica e biimplicazione, l'algebra di Boole delle classi di equivalenza di formule; applicazioni alla traduzione da e verso il linguaggio naturale. Logica del prim'ordine: strutture; sintassi della logica del prim'ordine, linguaggi del prim'ordine, termini e formule; cenni alla semantica, traduzione da e verso il linguaggio naturale.

Teoria degli insiemi. Il linguaggio della teoria degli insiemi: estensionalità, insieme vuoto, sottoinsiemi. Cenni agli assiomi della teoria formale degli insiemi di Zermelo-Fraenkel. L'algebra degli insiemi: universo, unione, intersezione, differenza, complemento e loro proprietà. Relazioni: coppie ordinate, prodotto di insiemi e sua rappresentazione, relazioni come sottoinsiemi di un prodotto cartesiano, grafo, matrice di incidenza e grafico di una relazione, prodotto di relazioni, identità, relazione opposta. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza e insieme quoziente. Relazioni di ordine parziale e totale. Funzioni: immagine diretta e inversa e funzioni, rappresentazione, funzioni iniettive, suriettive e biettive, inversa di una funzione biettiva. Operazioni.

Insiemi numerici. Numeri naturali: insiemi induttivi, la costruzione di von Neumann dei numeri naturali; aritmetica di Peano, successore, induzione, somma, prodotto e ordine; il semianello dei numeri naturali, cancellazione, la struttura aritmetica di semianello commutativo, compatibilità dell'ordine con le operazioni, differenza, potenze; divisibilità e sue proprietà aritmetiche, teorema di divisione, ordine indotto dalla divisibilità, massimo comune divisore e minimo comune multiplo, algoritmo euclideo; primi, fattorizzazione in primi, calcolo del massimo comune divisore e minimo comune multiplo. Numeri interi: aggiunta formale degli opposti, struttura di anello commutativo e sue proprietà aritmetiche elementari, definizione della differenza; costruzione degli interi, definizione delle operazioni, struttura di anello commutativo degli interi, potenze; ordine totale, elementi positivi, compatibilità con le operazioni; divisibilità, integrità, valore assoluto, teorema di divisione, elementi invertibili, associati, divisori propri e impropri; primi, esistenza ed essenziale unicità della fattorizzazione in primi, fattorialità di \mathbb{Z} . Numeri razionali: aggiunta degli inversi, campi e divisione in un campo; frazioni intere, equivalenza fra frazioni, numeri razionali come classi di equivalenza, teorema di semplificazione e rappresentazione ridotta; la struttura di campo dei numeri razionali; potenze con esponente intero; ordine totale, compatibilità con le operazioni.

Polinomi e funzioni razionali. Monomi: definizione, forma ridotta, struttura moltiplicativa, grado e sue proprietà. Polinomi: combinazioni lineari e loro forma ridotta, polinomi come combinazioni lineari di monomi, operazioni, struttura di anello commutativo, prodotto mediante polinomi elementari; divisibilità grado e sue proprietà moltiplicative, integrità, teorema di divisione; valutazione di un polinomio, funzioni polinomiali, loro proprietà, rappresentazione grafica, zeri di un polinomio, zeri di un prodotto, teorema di Ruffini, molteplicità degli zeri, numero degli zeri, zeri razionali di un polinomio intero; fattorialità, prodotti notevoli; riducibilità su un campo, unità, caratterizzazione dei divisori propri e impropri, irriducibilità dei polinomi lineari, quadratici e cubici; irriducibilità in un anello fattoriale; massimo comune divisore e minimo comune multiplo, algoritmo euclideo. Funzioni razionali: frazioni polinomiali, equivalenza, funzioni razionali come classi di equivalenza, teorema di semplificazione; la struttura di campo; dominio naturale, funzione parziale associata a una funzione razionale, rappresentazione grafica; termini razionali, funzione razionale associata.

Equazioni lineari. Equazioni: termini algebrici, definizioni di equazione, soluzioni, equivalenza; forma normale e grado; principi di equivalenza, teorema della forma normale, risolvibile lineare; equazioni a coefficienti in un campo di funzioni razionali (equazioni parametriche).

Geometria euclidea. Fondamenti della geometria: il linguaggio della geometria, geometria di incidenza, geometria ordinata; gli assiomi di Euclide, costruzioni con riga e compasso, gli

assiomi di Hilbert, modelli di una geometria; figure elementari. Triangoli: criteri di congruenza, caratterizzazione dei triangoli isosceli e loro proprietà; primo teorema dell'angolo esterno e disuguaglianze nei triangoli, disuguaglianza triangolare; costruzione della bisettrice, del punto medio, della perpendicolare. Parallelismo: definizione, equivalenza indotta, teorema di caratterizzazione delle rette parallele; parallelismo come relazione di equivalenza; secondo teorema dell'angolo esterno, generalizzazione del secondo criterio di congruenza, somma degli angoli interni, congruenza dei triangoli rettangoli. Quadrilateri: parallelogrammi, teorema di caratterizzazione dei parallelogrammi; rettangoli, rombi e loro caratterizzazione; teorema di Talete e applicazioni ai triangoli; trapezi, caratterizzazione dei trapezi isosceli.

Milano, 6 giugno 2018

Il docente	Gli studenti