

LICEO SCIENTIFICO STATALE
“A. Einstein”

PROGRAMMA CONSUNTIVO
MATEMATICA

Classe V L
Anno Scolastico 2017-2018

Docente: prof. Barbara Veronesi
Ore di insegnamento: 4 settimanali

Analisi matematica

1. Ripasso funzioni e insiemi numerici

- Definizioni fondamentali: concetto di funzione, dominio e codominio
- Classificazione delle funzioni reali di variabile reale
- Funzioni pari e dispari
- Funzioni monotone (crescenti e decrescenti, non decrescente, non crescente)
- Funzioni limitate e illimitate; estremo superiore e inferiore di una funzione, punti estremanti e estremi di una funzione assoluti o relativi
- Funzioni biiettive e funzione inversa
- Funzioni periodiche
- Funzione composta
- Intervalli in \mathbb{R} ; intorno completo di un numero reale, intorno destro (sinistro), intorno di infinito
- Punti di accumulazione per un insieme

2. Limiti delle funzioni

- Definizione di limite finito di una funzione per x che tende a $\pm\infty$; asintoto orizzontale per una funzione
- Definizione di limite infinito di una funzione per x che tende a un valore finito x_0 ; asintoto verticale per una funzione
- Definizione di limite infinito per x che tende a $\pm\infty$; asintoto obliquo per una funzione
- Definizione di limite finito per x che tende a un valore finito x_0
- Definizione di funzione continua
- Limite destro e sinistro
- Teoremi sui limiti: unicità del limite con dimostrazione, confronto senza dimostrazione
- Algebra dei limiti: limite della somma, della differenza, del prodotto, della potenza; limite della funzione reciproca e del quoziente
- Forme di indeterminazione per funzioni algebriche razionali e irrazionali: $\frac{\infty}{\infty}$, $+\infty - \infty$, $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$, confronto di infiniti per le funzioni razionali e irrazionali fratte
- Ricerca degli asintoti obliqui di una funzione

- Forme di indeterminazione per funzioni trascendenti. Limiti notevoli: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (con dimostrazione), $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ e limiti da essi derivati con dimostrazioni
- Limiti di funzioni $f(x)^{g(x)}$ e soluzione delle forme di indeterminazione $0^0, \infty^0, 1^\infty$

3. Continuità

- Definizione di continuità di una funzione in un punto e in un intervallo
- Teoremi sulle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi (teorema di Darboux), teorema degli zeri, senza dimostrazioni; esempi e controesempi dei teoremi indicati
- Studio della continuità di una funzione
- Classificazione dei punti di discontinuità di una funzione

4. Derivata di una funzione

- Definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto
- Definizione di derivata in un punto e suo significato geometrico: retta tangente a una curva in un punto. Derivata destra e sinistra.
- Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili con dimostrazione
- Derivate delle funzioni fondamentali
- Funzione derivata prima
- Calcolo delle derivate: derivata del prodotto e del quoziente di funzioni, derivata della funzione composta e della funzione inversa
- Casi di non derivabilità: punti singolari di una curva e loro classificazione (punti angolosi, a tangente verticale, cuspidi), ricerca di punti non derivabili di $f(x)$ mediante lo studio del dominio e della continuità di $f'(x)$
- Confronto tra i grafici di $f(x)$ e di $f'(x)$
- Derivate successive
- Applicazione nelle scienze del concetto di derivata come velocità istantanea di variazione di una grandezza e di rapporto incrementale come variazione media

5. Teoremi sulle funzioni derivabili e studio globale delle funzioni

- Teorema di Fermat, definizione di punto stazionario, con dimostrazione
- Teorema di Rolle e suo significato geometrico; esempi e controesempi del teorema, senza dimostrazione
- Teorema di Lagrange e sue conseguenze, senza dimostrazione: funzioni costanti in un intervallo, funzioni crescenti (decrescenti) in un intervallo; esempi e controesempi del teorema
- Crescita e decrescita di una funzione in un intervallo e segno della derivata prima: teoremi sulla monotonia di una funzione e sul segno della derivata prima
- Punti estremanti: criteri necessari e sufficienti per la determinazione di punti estremanti dove la funzione è derivabile, ricerca di estremanti dove la funzione non è derivabile
- Definizione di funzione concava, convessa, di punto di flesso e di tangente inflessionale
- Concavità e convessità di una funzione in un intervallo e segno della derivata seconda: teoremi sulla concavità e convessità di una funzione e sul segno della derivata seconda
- Ricerca dei punti di flesso
- Teoremi di De l'Hôpital, senza dimostrazione, calcolo dei limiti di alcune forme di indecisione; confronto tra funzione esponenziale, funzione potenza e funzione logaritmica

- Problemi di ottimo
- Studio di funzioni algebriche razionali, irrazionali, intere e frazionarie; studio di funzioni goniometriche, esponenziali e logaritmiche.

6. L'integrale indefinito

- Primitiva di una funzione
- L'integrale indefinito
- Integrazione delle funzioni elementari
- Integrazione di funzioni composte
- Integrazione per parti e per sostituzione, integrazione delle funzioni razionali fratte (casi più semplici)

7. L'integrale definito

- Aree di figure a contorno curvilineo: trapezoidi
- Definizione (secondo Riemann) di integrale definito di una funzione continua in un intervallo e sue proprietà, definizione di funzione integrabile
- Primo Teorema Fondamentale del calcolo integrale con dimostrazione
- Teorema sull'integrabilità di funzioni continue: continuità come condizione sufficiente di integrabilità
- Integrabilità delle funzioni continue a tratti
- Applicazioni geometriche dell'integrale definito; calcolo di aree di regioni piane, dei volumi di solidi di rotazione, di volumi di solidi a strati
- Teorema della media integrale, senza dimostrazione; applicazione del teorema della media per calcolare il valore medio di una grandezza in un dato intervallo
- Significato fisico dell'integrale definito: lavoro di una forza, quantità di carica, legge oraria del moto
- Funzione integrale: definizione, Secondo Teorema Fondamentale del calcolo integrale, grafico della funzione integrale, relazione tra la funzione integrale e la funzione integranda, studio della monotonia e della concavità della funzione integrale, studio del segno della funzione integrale, parità e disparità della funzione integrale, funzione integrale composta e calcolo della sua derivata, retta tangente ad una funzione integrale
- Funzioni integrabili e integrali impropri di funzioni illimitate o su intervalli illimitati

8. Equazioni differenziali

- Definizioni di equazione differenziale, soluzione di una equazione differenziale, integrale generale e integrale particolare; ordine di una equazione differenziale
- Determinazione dell'integrale generale per equazioni differenziali del primo ordine: lineari, a variabili separabili
- Problema di Cauchy per equazioni differenziali del primo ordine
- Applicazioni a problemi del primo ordine: caduta dei gravi in un fluido, circuiti elettrici RC e RL, riscaldamento e raffreddamento di un corpo, crescita o decrescita di una grandezza (modello di Malthus)

Probabilità

1. Distribuzioni di probabilità

- Definizione di variabile aleatoria discreta, continua, limitata, illimitata
- Variabili aleatorie discrete: definizione di distribuzione di probabilità, media, varianza e deviazione standard di una variabile aleatoria discreta
- Valore medio di una variabile aleatoria e giochi equi
- Distribuzione Binomiale: esperimento di Bernoulli, processo di Bernoulli, variabile aleatoria e distribuzione Binomiale, media varianza per una distribuzione Binomiale
- Distribuzione di Poisson: processo di Poisson, variabile aleatoria e distribuzione di Poisson; media varianza per una distribuzione di Poisson
- Distribuzione geometrica; media e varianza per una distribuzione geometrica
- Variabili aleatorie continue: definizione di densità di probabilità, probabilità che una variabile aleatoria assuma valori in un dato intervallo; media, varianza e deviazione standard per una variabile aleatoria continua; funzione di ripartizione.
- Distribuzione Esponenziale: caratteristiche, media e varianza, sue applicazioni (tempo di attesa di un accadimento, tempo di vita di un elemento)
- Distribuzione Gaussiana: caratteristiche, distribuzione normale standard, calcolo della probabilità di una variabile aleatoria normale standard, calcolo delle probabilità di una variabile aleatoria normale qualsiasi; applicazioni nella misura di grandezze quantitative.

Geometria analitica nello spazio

- Coordinate cartesiane nello spazio, distanza tra due punti, punto medio di un segmento
- Vettore nello spazio cartesiano, modulo di un vettore, prodotto scalare tra due vettori, vettori paralleli e perpendicolari
- Il piano nello spazio cartesiano: equazione generale del piano, parametri direttori del piano, casi particolari di piani, posizione reciproca di due piani, piani paralleli e piani perpendicolari, distanza di un punto da un piano
- La retta nello spazio cartesiano: equazione parametrica e cartesiana della retta, parametri direttori della retta, retta come intersezione tra piani, fascio di piani aventi una retta in comune, posizione reciproca di due rette, posizione reciproca di una retta e di un piano, distanza di un punto da una retta
- Superficie nello spazio cartesiano; superficie sferica, posizione reciproca di una sfera e di un piano, piano tangente ad una sfera.

Manuale adottato: M. BERGAMINI A. TRIFONE G. BAROZZI *Matematica.blu 2.0 LD*, vol. 5,
ZANICHELLI, Bologna, 2013

L'insegnante

prof. Barbara Veronesi

I rappresentanti degli studenti

Milano, 2 giugno 2018